

Тема: 23-Көпжақтар. Олардың аудандары мен көлемдері

Подтема: 01-Призма. Тік және көлбеу призмалар. Куб. Олардың бет аудандары мен көлемдері.

1. Тік үшбұрышты призманың табанының қабырғалары 10 см, 17 см және 21 см-ге тең, ал призманың биіктігі 20 см. Призманың көлемін табыңыз.
Жауабы: 1680 см^3
2. Кубтың диагоналі $8\sqrt{3}$ см. Кубтың толық бетінің ауданын табыңыз.
Жауабы: 384 см^2
3. Кубтың диагональдық қимасының ауданы $25\sqrt{2} \text{ см}^2$. Кубтың көлемін табыңыз.
Жауабы: 125 см^3
4. Көлбеу үшбұрышты призманың бүйір қырларының ара қашықтықтары 10 см, 17 см, 21 см, ал бүйір қыры 18 см. Призманың көлемін табыңыз.
Жауабы: 1512 см^3
5. Дұрыс төртбұрышты призманың диагоналі мен бүйір жағының арасындағы бұрыш 30° , ал табанының қабырғасы a . Призманың көлемін табыңыз.
Жауабы: $\sqrt{2}a^3$
6. Тік призманың табанында төбесіндегі бұрыш α болып келетін тең бүйірлі үшбұрыш жатады. Осы үшбұрышқа қарсы жатқан диагоналі ℓ -ге тең және табан жазықтығымен β бұрыш жасайды. Призманың көлемін табыңыз.
Жауабы: $\frac{1}{8}\ell^3 \sin 2\beta \cos \beta \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$.
7. Тік призманың табаны – тең бүйірлі тік бұрышты үшбұрыш. Оның катеті 3 см. Төменгі табанының катеті және жоғарғы табанының осы катетке қарсы жатқан төбесі арқылы жүргізілген қиманың ауданы $7,5 \text{ см}^2$. Призманың көлемін табындар.
Жауабы: 18 см^3
8. Алтыбұрышты дұрыс призманың көлемі 6 см^3 . Призманың ең үлкен диагоналі арқылы жүргізілген қиманың ауданы 4 см^2 . Призманың табын қабырғасының және бүйір қырының ұзындықтарын табындар.
Жауабы: $\frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ см}, \sqrt{3} \text{ см}$
9. Тік бұрышты үшбұрышты призманың табын қабырғалары 58 см, 50 см, 12 см, ал бүйір қыры табанының үлкен биіктігіне тең. Призманың толық бетінің ауданын табындар.
Жауабы: 5280 см^2
10. Кубтың диагоналі 12 см-ге тең. Кубтың көлемін табыңыз.
Жауабы: $192\sqrt{3} \text{ см}^3$
11. Кубтың диагональдық қимасының ауданы $8\sqrt{2} \text{ см}^2$ -қа тең. Кубтың бетінің ауданын табыңыз.
Жауабы: 48 см^2
12. Кубтың диагоналі 9 см-ге тең. Оның толық бетінің ауданын табыңыз.
Жауабы: 162
13. Төртбұрышты дұрыс призманың бүйір беті 16 см^2 , ал толық бетінің ауданы 48 см^2 . Призманың биіктігін табыңыз.
Жауабы: 1 см
14. Қыры $2\sqrt{2}$ см тең кубтың BC және A_1D_1 қырлары арқылы жазықтық жүргізілген. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ қимасының ауданын табыңыз.
Жауабы: $8\sqrt{2} \text{ см}^2$

15. Қыры 4 см тең куб берілген. АВ қыры және C_1C қырының ортасы арқылы қима жазықтығы жүргізілген. Қиманың ауданын табыңыз.
Жауабы: $8\sqrt{5}cm^2$
16. Табан қабырғалары 6 см, 8 см, 10 см, ал биіктігі 8 см үшбұрыш тік призма берілген. Толық бетінің ауданын табыңыз.
Жауабы: $240 cm^2$
17. Үшбұрышты дұрыс призманың табанының ауданы $12\sqrt{3}$ тең. Егер призманың биіктігі табанының қабырғасынан 2 есе үлкен болса, онда призманың көлемін табыңыз.
Жауабы: $288 cm^3$
18. Кубтың көлемі $16\sqrt{2}cm^3$ тең. Кубтың жағына сырттай сызылған шеңбердің радиусын табыңыз.
Жауабы: 2 см
19. Үшбұрышты дұрыс призманың көлемі $27\sqrt{3}cm^3$ тең. Табанына сырттай сызылған шеңбердің радиусы 2-ге тең. Призманың биіктігін табыңыз.
Жауабы: 9 см
20. Кубқа сырттай цилиндр сызылған. Кубтың бетінің ауданы S тең болса, онда цилиндрдің толық бетінің ауданын табыңыз.
Жауабы: $\frac{S\pi(1+\sqrt{2})}{6}$
21. Тік бұрышты призманың табанының қабырғалары 10 см, 17 см, 21 см, ал призма биіктігі 18 см. Призманың бүйір қыры мен табанының кіші биіктігінен өтетін қиманың ауданын табыңыз.
Жауабы: $144 cm^2$
22. Тік призманың табанында жатқан үшбұрыштың бір қабырғасы 2 м, ал қалғандары 3 м-ге тең. Призманың бүйір қыры 4 м. Осы призма мен көлемдері бірдей кубтың қырын табыңыз.
Жауабы: $2\sqrt[3]{2}$
23. Призманың табаны – радиусы 6 болатын дөңгелекке іштей сызылған дұрыс үшбұрыш, ал бүйір беттері – квадрат. Призманың көлемі неге тең?
Жауабы: 486
24. Дұрыс үшбұрышты призманың бүйір қыры табанының биіктігіне тең. Үшбұрыштың бір төбесінен шығатын биіктік пен бүйір қыры арқылы өтетін қиманың ауданы $75 cm^2$. Призманың көлемін табыңыз.
Жауабы: $375 cm^3$
25. Тік призманың табаны – ромб, ал призманың диагоналдары 8 см және 5 см. Призма биіктігі 2 см. Табанының қабырғасын табыңыз.
Жауабы: 4,5 см
26. Кубтың толық беті $96 cm^2$. Осы кубтың көлемі неге тең?
Жауабы: $64 cm^3$
27. Тік үшбұрышты призманың табаны катеттері 6 см және 8 см болып келетін тік бұрышты үшбұрыш. Призманың биіктігі 7 см болсын, онда оның толық бетінің ауданын табыңыз.
Жауабы: $216 cm^2$
28. Үшбұрышты тік призманың табанының қабырғалары 10 см, 17 см, 21 см, ал биіктігі 18 см. Призманың көлемін табыңыз.
Жауабы: $1512 cm^3$
29. Үшбұрышты тік призманың барлық қырлары өзара тең. Оның бүйір бетінің ауданы $48 cm^2$ -ге тең. Биіктігін табыңыз.
Жауабы: 4 см

30. Егер кубтың әр қырын 1 см-ге арттырса, оның көлемі 91 см^3 -ге артады. Кубтың қыры неге тең?
Жауабы: 5 см
31. Куб бетінің ауданы 150 см^2 . Көлемі неге тең?
Жауабы: 125 см^3
32. Кубтың диагоналі 3 см-ге тең. Кубтың бетінің ауданын табыңыз.
Жауабы: 18 см^2
33. Үшбұрышты тік призманың барлық қырлары $2\sqrt{3}$ -ге тең. Көлемін табыңыз.
Жауабы: 18
34. Дұрыс үшбұрышты пирамиданың биіктігі $6\sqrt{3}$, ал табанындағы үшбұры қабырғалары 4-ке тең. Пирамида өлемін табыңыз.
Жауабы: 24
35. Текшенің (кубтың) қырын 2 есе арттырсақ, онда оның көлемі неше есе артады?
Жауабы: 8 есе
36. Үшбұрыштың көлбеу призманы бір бүйір ромб және табан жазықтығына перпендикуляр, оның диагональдары 3 және 4 см. Табаны тең қабырғалы үшбұрыш болса, призма көлемі қандай?
Жауабы: $\frac{15\sqrt{3}}{4} \text{ см}^3$
37. Кубтың қырын 2 см арттырса, оның көлемі 98 см^3 артады. Кубтың қыры неге тең?
Жауабы: 3 см
38. Кубтың қыры a -ға тең. Кубтың диагоналінің ұзындығын табыңыз.
Жауабы: $a\sqrt{3}$
39. Кубтың қыры a -ға тең. Кубқа сырттай сызылған шардың радиусын табыңыз.
Жауабы: $\frac{a\sqrt{3}}{2}$
40. Кубтың қыры a -ға тең. Диагонали табан жазықтығына қандай бұрышпен көлбеген.
Жауабы: $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{3}$
41. Төртбұрышты дұрыс призманың бүйір беті 16 см^2 , ал толық бетінің ауданы 48 см^2 тең. Призманың биіктігін табыңыз.
Жауабы: 1 см
42. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубында A, C_1 төбелері арқылы $D_1 D$ қырының ортасы арқылы қима жүргізілген. Қима ауданы $50\sqrt{6}$ тең болса, кубтың қырын табыңыз.
Жауабы: 10
43. Үшбұрышты тік призманың барлық қырлары тең. Бүйір бетінің ауданы 27 м^2 . биіктігін табыңыз.
Жауабы: 3 м
44. Дұрыс төртбұрышты призманың бүйір бетінің ауданы 32 м^2 , ал толық бетінің ауданы 40 м^2 . Биіктігін табыңыз.
Жауабы: 4 м
45. Үшбұрышты тік призманың табан ауданы 4 см^2 , ал бүйір жақтарының аудандары 9 см^2 , 10 см^2 және 17 см^2 . Призманың көлемін табыңыз.
Жауабы: 12 см^3
46. Дұрыс төртбұрышты призманың табан ауданы 144 см^2 , ал биіктігі 14 см. Призманың диагоналын табыңыз.
Жауабы: 22 см

47. Дұрыс үшбұрышты призманың табан қабырғасы мен оған қарсы жатқан қырының ортасы арқылы өтетін жазықтық табан жазықтығымен 45^0 бұрыш жасайды. Табан қабырғасы 5 см. Призманың бүйір бетінің ауданын табыңыз.
Жауабы: $75\sqrt{3}\text{см}^2$
48. Дұрыс үшбұрышты призманың табын қабырғасы мен оған қарсы жатқан қырының ортасы арқылы өтетін жазықтық табанымен 45^0 бұрыш жасайды. Табан қабырғасы ℓ -ге тең. Призманың бүйір бетінің ауданын табыңыз.
Жауабы: $3\ell^2\sqrt{3}$
49. Үшбұрыштың көлбеу призманың бүйір қырларын қамтитын өзара параллель түзулердің қашықтығы 2 см, 3 см және 4 см, ал бүйір қарлары 6 см. Призманың бүйір бетін табыңыз.
Жауабы: 54 см^2
50. Үшбұрышты дұрыс призманың табан қабырғасы мен оған қарсы жатқан қырының ортасы арқылы өтетін жазықтық табан жазықтығымен 45^0 бұрыш жасайды. Табан қабырғасы a . Призманың бүйір бетін табыңыз.
Жауабы: $3\sqrt{3}a^2$.

Тема: 23-Көпжақтар. Олардың аудандары мен көлемдері

Подтема: 02-Пирамида. Қиық пирамида. Олардың бет аудандары мен көлемдері.

1. Дұрыс үшбұрыш пирамиданың табанының қабырғасы a , ал табанындағы екі жақты бұрышы α . Пирамиданың көлемін табыңыз.
Жауабы: $\frac{a^3 \operatorname{tg} \alpha}{6}$
2. Дұрыс үшбұрышты пирамиданың бүйір қыры ℓ және табан жазықтығымен α бұрышын жасайды. Пирамиданың көлемін табыңыз.
Жауабы: $\frac{\sqrt{3}\ell^3 \sin 2\alpha \cos \alpha}{8}$
3. Үшбұрышты пирамиданың екі қарма-қарсы қыры 4 м және 12 м, ал қалған қырларының әрқайсысы 7 м. Пирамиданың көлемін табыңыз.
Жауабы: 24 м^3
4. Дұрыс төртбұрышты қиық пирамиданың табанында қабырғалары a мен b -ға тең ($a > b$) квадраттар. Пирамиданың бүйір қырлары табан жазықтығымен 60^0 бұрыш жасайды. Қиық пирамиданың көлемін табыңыз.
Жауабы: $\frac{(a^3 - b^3)\sqrt{3}}{12}$
5. Дұрыс үшбұрышты пирамиданың бүйір жағымен табан жазықтығының арасындағы бұрыш 45^0 -қа тең. пирамиданың көлемі $\frac{1}{3}$. Пирамиданың табанының қабырғасын табу керек.
Жауабы: 2
6. Пирамиданың табанында катеттері 6 мен 8 болып келетін тік бұрышты үшбұрыш жатады. Пирамиданың табанындағы барлық екі жақты бұрыштар 60^0 -қа тең. пирамиданың биіктігін табыңыз. $\sqrt{3} = 1,7$ деп алыңыз.
Жауабы: 3,4
7. Дұрыс төртбұрыш пирамиданың диагональдық қимасын табанымен тең шамалы. Пирамиданың табанының ауданын табу керек, егер оның бүйір қиық 5-ке тең болса.
Жауабы: 10

8. Биіктігі $\sqrt{3}$ -ке тең, ал төбесіндегі жазық бұрыш 30^0 -қа тең дұрыс төртбұрышты пирамиданың көлемін табыңыз.
Жауабы: $2(2 - \sqrt{3})$
9. Пирамиданың табаны – тік төртбұрыш, оның қабырғалары 4 см және 6 см. Оның әрбәр бүйір қыры 7 см-ге тең. Пирамиданың көлемін табыңыз.
Жауабы: 48 см^3
10. Төртбұрышты дұрыс пирамиданың биіктігі 9 см-ге тең, ал бүйір қыры 12 см. Пирамиданың көлемін табыңыз.
Жауабы: 378 см^3
11. Төртбұрышты дұрыс пирамиданың барлық бүйір қырлары $\sqrt{40}$ см-ге тең, ал табанының қабырғалары 10 см, 10 см және 12 см. Үшбұрышты пирамиданың биіктігін табыңыз.
Жауабы: $\frac{\sqrt{15}}{4} \text{ см}$
12. Төртбұрышты дұрыс қиық пирамиданың табандарының қабырғалары 4 см және 6 см тең. Егер бүйір қыры үлкен табанымен 45^0 бұрыш жасайтын болса, диагональдық қиманың ауданын табыңыз.
Жауабы: 10 см^2
13. Төртбұрышты дұрыс пирамиданың биіктігі 2 см-ге тең, ал табанының қабырғасы 4 см. Бүйір қырының ұзындығын табыңыз.
Жауабы: $2\sqrt{3} \text{ см}$
14. Төртбұрышты дұрыс пирамиданың биіктігі 5 см-ге тең, ал табанының қабырғасы 6 см. Бүйір қырының ұзындығын табыңыз.
Жауабы: $\sqrt{43} \text{ см}$
15. Төртбұрышты дұрыс қиық пирамиданың биіктігі $2\sqrt{2}$ см тең, ал табандарының қабырғалары 1 см және 4 см тең. Диагональдық қиманың ауданын табыңыз.
Жауабы: 10 см^2
16. Көлемі 4 см^3 , ал табанының қабырғасы 2 см-ге тең төртбұрышты дұрыс пирамиданың бүйір қырының ұзындығын табыңыз.
Жауабы: $\sqrt{11} \text{ см}$
17. Табандарының ауданы 16 см^2 және 4 см^2 , ал биіктігі 3 см-ге тең пирамиданың көлемін табыңыз.
Жауабы: 28 см^3
18. Бүйір қыры 3 см-ге, ал табанының қабырғасы 4 см-ге тең төртбұрышты дұрыс пирамиданың көлемін табыңыз.
Жауабы: $5\frac{1}{3} \text{ см}^3$
19. Тетраэдрдің көлемі $\frac{2\sqrt{2}}{3} \text{ см}^3$ -қа тең. Оның қырын табыңыз.
Жауабы: 2 см
20. Үшбұрышты пирамиданың бүйір қырлары өзара перпендикуляр және 4 см, 5 см және 6 см. Пирамиданың көлемін табыңыз.
Жауабы: 20 см^3
21. Төртбұрышты дұрыс пирамиданың көлемі 3 см^3 , биіктігі 1 см-ге тең. Пирамиданың бүйір бетінің ауданын табыңыз.
Жауабы: $3\sqrt{13} \text{ см}^2$
22. Үшбұрышты дұрыс пирамиданың биіктігі $2\sqrt{3}$ см-ге тең, бүйір жағы табан жазықтығымен 60^0 бұрыш жасайды. Пирамиданың көлемін табыңыз.

- Жауабы: 24 см^3
23. Егер үшбұрышты дұрыс пирамиданың табанының қабырғасы 9 см және бүйір қыры 11 см болса, онда пирамиданың биіктігін табыңыз.
Жауабы: $\sqrt{94} \text{ см}$
24. Төртбұрышты дұрыс пирамиданың бүйір бетінің ауданы $2\sqrt{13}$ см-ге тең, табанының қабырғасы 2 см-ге тең. Пирамиданың көлемін табыңыз.
Жауабы: 2 см^3
25. Табан қабырғасы 6 см-ге және бүйір қыры 30 см-ге тең төртбұрышты дұрыс пирамиданың биіктігін табыңыз.
Жауабы: $21\sqrt{2} \text{ см}$
26. Үшбұрышты дұрыс пирамиданың төбесіндегі жазық бұрышы 90° тең. Бүйір бетінің ауданы 192 см^2 тең пирамиданың бүйір жағына сырттай сызылған шеңбердің радиусын табыңыз.
Жауабы: 8 см
27. Пирамиданың бүйір қырлары табан жазықтығына 30° бұрыш жасай көлбейді. Пирамиданың табаны – қабырғалары $\sqrt{3}$ см, 2 см және 3 см-ге тең үшбұрыш. Пирамиданың көлемін табыңыз.
Жауабы: $0,5 \text{ см}^3$
28. Үшбұрышты дұрыс пирамиданың биіктігімен бүйір жағының арасындағы бұрыш 30° -қа тең. пирамидаға іштей сызылған шардың радиусы 1 см-ге тең болса, табан қабырғасының ұзындығын табыңыз.
Жауабы: 6 см
29. Үшбұрышты дұрыс пирамиданың бүйір қырының ұзындығы $\sqrt{3}$ см тең. Бүйір қыры табан жазықтығымен 60° бұрыш жасаса, онда пирамидаға сырттай сызылған шардың радиусын табыңыз.
Жауабы: 1 см
30. Дұрыс төртбұрышты пирамиданың табан қабырғасы 2 см, ал бүйір жағының биіктігі 6 см. Пирамиданың бүйір бетінің ауданын табыңыз.
Жауабы: 24 см^2
31. Тік параллельпипедтің табанының қабырғалары 6 см және 8 см-ге тең, ал олар 30° бұрыш жасайды. Бүйір қыры 5 см-ге тең. параллельпипедтің көлемін табыңыз.
Жауабы: 120 см^3
32. Пирамиданың табаны – тік төртбұрыш, оның қабырғалары 6 см және 8 см. Пирамиданың әрбір бүйір қыры 13 см-ге тең. Биіктігін табыңыз.
Жауабы: 12 см
33. Пирамиданың табаны катеттері 6 және 8 болатын тік бұрышты үшбұрыш. Пирамида биіктігі $2\sqrt{3}$. Көлемін табыңыз.
Жауабы: $16\sqrt{3}$
34. Пирамиданың табан қабырғалары 6, 10, 14 см болатын үшбұрыш. Пирамиданың әрбір қыры табанымен 45° -тық бұрыш жасайды. Пирамиданың көлемін есептеңіз.
Жауабы: 70 см^3
35. Дұрыс төртбұрышты пирамиданың биіктігі 80 см, табан қабырғасы 120 см. Табанының центрінен өтетін бүйір жағынан параллель қиманың ауданын есептеңіз.
Жауабы: 4500 см^2
36. Пирамиданың табан қабырғасы a -ға тең. Іргелес екі бүйір жағы табанына перпендикуляр, басқа екі бүйір жағы табанымен 60° -тық бұрыш жасайды. Пирамиданың толық бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: $\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)a^2$

37. Төрт бұрышты дұрыс пирамиданың табан қабырғасы a -ға тең, бүйір қырындағы екі жақты бұрыштары 120° -тан. Пирамиданың көлемін табыңыз.

Жауабы: $\frac{a^3}{6}$

38. Пирамиданың табаны ромб, оның сүйір бұрышы 60° , қабырғасы 14 см. Пирамида табанындағы екі жақты бұрыштары 45° -тан. Пирамиданың көлемін табыңыз.

Жауабы: 343 см^3

39. Үшбұрышты дұрыс пирамиданың табан қабырғасы a -ға тең, бүйір қырындағы екі жақты бұрышы 120° -тан. Пирамиданың көлемін табыңыз.

Жауабы: $\frac{\sqrt{2}}{48} a^3$

40. Төртбұрышты дұрыс пирамиданың бүйір қыры мен табаны арасындағы бұрыш α , диагональдық қимасының ауданы S . Пирамида көлемін табыңыз.

Жауабы: $\frac{2}{3} S \sqrt{S} \sqrt{\text{ctg} \alpha}$

41. Пирамиданың табаны тең бүйірлі үшбұрыш, табанының қабырғалары d , олардың арасындағы бұрыш α . Барлық бүйір қырлары табанымен β бұрыш жасайды. Пирамиданың көлемін табыңыз.

Жауабы: $\frac{1}{6} d^3 \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \text{tg} \beta$

42. Пирамиданың табаны ромб, оның сүйір бұрышы α . Пирамиданың бүйір жақтары табан жазықтықтарымен β бұрыш жасайды. Егер ромбға іштей сызылған дөңгелектің радиусы R болса, пирамиданың көлемі неге тең?

Жауабы: $\frac{4}{3} R^3 \frac{\text{tg} \beta}{\sin \alpha}$

43. Табаны a , бүйір қыры b бойынша үшбұрышты дұрыс пирамида биіктігін табыңыз.

Жауабы: $\sqrt{\frac{2b^2 - a^2}{3}}$

44. Төртбұрышты дұрыс пирамида биіктігі 7 см, ал табан қабырғасы 8 см. Бүйір қырын табыңыз.

Жауабы: 9 см

45. Төртбұрышты дұрыс пирамида биіктігі 7 см, ал табан қабырғасы 8 см. Бүйір қырын табыңыз.

Жауабы: 12 см

46. Пирамиданың табанына параллель жазықтық қимасы биіктігін 1:1 қатынасындай етіп бөледі. Табан ауданы 60 м^2 болса, қима ауданы неге тең?

Жауабы: 15 м^2

47. Пирамиданың табанына параллель жазықтық қимасы биіктігін 1:1 қатынасындай етіп бөледі. Қима ауданы 2 м^2 болса, табан ауданы неге тең?

Жауабы: 8 м^2

48. Дұрыс үшбұрышты пирамиданың бүйір қыры 5-ке тең, ал биіктігі 4-ке тең. пирамида көлемін табыңыз.

Жауабы: $9\sqrt{3}$

49. Дұрыс үшбұрышты пирамиданың бүйір қыры 6-ға тең, табанына 30° бұрыш жасап көлбеген. Пирамида көлемін табыңыз.

Жауабы: $81\frac{\sqrt{3}}{4}$

50. Дұрыс үшбұрышты пирамиданың бүйір қыры 5, ал биіктігі 4. Пирамида көлемін табыңыз.

Жауабы: 24

51. Дұрыс төртбұрышты пирамиданың бүйір қыры табан жазықтығымен 45° бұрыш жасайды және $2\sqrt{2}$ -ге тең. Пирамиданың көлемін табыңыз.

Жауабы: $\frac{16}{3}$

52. Дұрыс төртбұрышты пирамиданың табан қабырғасы 6-ға тең, ал биіктігі 4-ке тең. Пирамиданың көлемін табыңыз.

Жауабы: 48

53. Төртбұрышты дұрыс қиық пирамиданың табандарының қабырғалары 4 см және 6 см тең. Егер бүйір қыры үлкен табанымен 45° бұрыш жасайтын болса, диагональдық қиманың ауданын табыңыз.

Жауабы: 10 см^2

54. Көлемі 4 см^3 , ал табанының қабырғасы 2 см-ге тең төртбұрышты дұрыс пирамиданың бүйір қараның ұзындығын табыңыз.

Жауабы: $\sqrt{11}\text{ см}$

55. Төртбұрышты дұрыс пирамиданың бүйір бетінің ауданы $2\sqrt{13}$ см-ге тең, табанының қабырғасы 2 см-ге тең. Пирамиданың көлемін табыңыз.

Жауабы: 2 см^3

56. Табанының қабырғасы 9 см және биіктігі 10 см үшбұрыш дұрыс пирамидаға сырттай шар сызылған. Шардың радиусын табыңыз.

Жауабы: 6,35 см

57. Пирамиданың бүйір қырлары табан жазықтығына 30° бұрыш жасай келбейді. Пирамиданың табаны, қабырғалары $\sqrt{3}$ см, 2 см және 3 см тең үшбұрыш.

Жауабы: $0,5\text{ см}^3$

58. Үшбұрышты дұрыс пирамиданың биіктігімен бүйір жағының арасындағы бұрыш 30° тең. Пирамидаға іштей сызылған шардың радиусы 1 см-ге тең болса, табан қабырғасынын табыңыз.

Жауабы: 6 см

59. Пирамиданың табаны – табан қабырғасы 12 см, ал бүйір қабырғасы 10 см болатын тең бүйірлі үшбұрыш. Пирамиданың биіктігі 3 см. Пирамиданың көлемін табыңыз.

Жауабы: 48 см^3

60. Пирамиданың табаны – катеттері 6 см және 8 см болатын тік үшбұрыш. Пирамиданың әрбір қыры 13 см. Пирамиданың биіктігін табыңыз.

Жауабы: 12 см

61. Дұрыс төртбұрышты қиық пирамиданың биіктігі 5 см-ге тең. Табандарының қабырғалары 6 см және 8 см. Пирамиданың диагональдік қимасының ауданын табыңыз.

Жауабы: $35\sqrt{2}\text{ см}^2$

62. Үшбұрышты пирамиданың бүйір қырлары өзара перпендикуляр, әрбір бүйір қыры 3 см. Пирамиданың көлемін табыңыз.

Жауабы: $\frac{9}{2}\text{ см}^3$

63. Табан қабырғасы 4 см, ал бүйір қырлары өзара перпендикуляр дұрыс үшбұрышты пирамиданың көлемі неге тең?

$$\text{Жауабы: } \frac{8\sqrt{2}}{3} \text{ см}^3$$

64. Үшбұрышты қиық пирамиданың биіктігі 10 м-ге тең, ал табанының қабырғалары 27 м, 29 м, 52 м және екінші табанының периметрі 72 м-ге тең. Қиық пирамиданың көлемін анықтаңыз.

$$\text{Жауабы: } 1900 \text{ м}^3$$

65. Дұрыс үшбұрышты пирамиданың биіктігі 7 см, ал табан қабырғасы 8 см. Пирамиданың бүйір қырының ұзындығын табыңыз.

$$\text{Жауабы: } 9 \text{ см}$$

66. Биіктігі 6 см және бүйір бетінің ауданы 24π см² конустың көлемін табыңыз.

$$\text{Жауабы: } 24\pi \text{ см}^3$$

67.

68. Пирамиданың табаны – қабырғалары 40 см, 25 см, 25 см болатын тең бүйірлі үшбұрыш. Оның биіктігі 8 см және үшбұрыштың 40 см қабырғасына қарсы жатқан бұрыштың төбесі арқылы өтеді. Пирамиданың бүйір бетінің ауданын табыңыз.

$$\text{Жауабы: } 540 \text{ см}^2$$

69. Пирамиданың биіктігі 16 м. Табанының ауданы 512м². табанына параллель қимасының ауданы 50 м² болса, онда табаннан қандай қашықтықта жатады?

$$\text{Жауабы: } 11 \text{ м}$$

70. Пирамиданың табаны қабырғалары 2 см және $\sqrt{3}$ см, арасындағы бұрышы 30⁰-қа тең параллелограмм. Параллелограмм. Пирамиданың биіктігі табанының кіші диагоналына тең болса, онда пирамида көлемін табыңыз.

$$\text{Жауабы: } \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ см}^3$$

71. Пирамиданың табанының диагональдары 4 см және $2\sqrt{3}$ см, арасындағы бұрышы 30⁰-қа тең параллелограмм. Пирамиданың биіктігі табанының кіші қабырғасына тең болса, онда пирамида көлемін табыңыз.

$$\text{Жауабы: } \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ см}^3$$

72. Үшбұрышты пирамиданың бүйір қырлары 6 см-ден, өзара перпендикуляр. Пирамида көлемін табыңыз.

$$\text{Жауабы: } 36 \text{ см}^3$$

73. Пирамиданың табаны – қабырғалары 6 см және 8 см-ге тең тік төртбұрыш. Барлық бүйір қырлары $5\sqrt{5}$ см-ге тең. Пирамида көлемін табыңыз.

$$\text{Жауабы: } 160 \text{ см}^3.$$

Тема: 23-Көпжақтар. Олардың аудандары мен көлемдері

Подтема: 03-Параллелепипед. Тетраэдр. Олардың бет аудандары мен көлемдері.

1. Тік бұрышты параллелепипедтің диагоналі 25 см, биіктігі 15 см, ал табандарының қабырғасы 12 см. Параллелепипедтің бүйір бетінің ауданын табыңыз.

$$\text{Жауабы: } 840 \text{ см}^2$$

2. Тік бұрышты параллелепипедтің табанының қабырғалары 12 см және 16 см, ал диагоналі 25 см. Параллелепипедтің көлемін табыңыз.

$$\text{Жауабы: } 2880 \text{ см}^3$$

3. Дұрыс тетраэдрдің биіктігі h -қа тең. оның толық бетін табыңыз.

$$\text{Жауабы: } \frac{3h^2\sqrt{3}}{2}$$

4. Тік бұрышты параллелепипедтің бір төбеден шығатын үш жағының диагональдарының ұзындығы $2\sqrt{10}\text{см}$, $2\sqrt{17}\text{см}$ және 10 см тең. параллелепипедтің диагоналін табыңыз.
Жауабы: $2\sqrt{26}\text{ см}$
5. Тік параллелепипедтің табанының қабырғалары 2 см және 4 см , ал олардың арасындағы бұрыштың синусы $\frac{\sqrt{7}}{4}$ тең. Егер параллелепипедтің кіші диагоналінің ұзындығы $4\sqrt{2}\text{ см}$ -ге тең болса, онда параллелепипедтің кіші диагоналімен табанының арасындағы бұрышты табыңыз.
Жауабы: 60°
6. Тік бұрышты параллелепипедтің үш өлшемі 3 см , 4 см және 5 см тең. Бетінің ауданын табыңыз.
Жауабы: 94 см^2
7. Жақтарының ауданы 6 см^2 , 2 см^2 және 3 см^2 тең тік бұрышты параллелепипедтің көлемін табыңыз.
Жауабы: 6 см^3
8. Биіктігі 4 см -ге, ал диагоналі табан жазықтықпен 45° бұрыш жасайтын тік бұрышты, табаны квадрат болатын параллелепипед берілген. Параллелепипед көлемін табыңыз.
Жауабы: 32 см^3
9. Тік бұрышты параллелепипедтің табаны – қабырғасы 5 см -ге тең квадрат. Диагоналі 9 см -ге тең болса, параллелепипедтің көлемін табыңыз.
Жауабы: $25\sqrt{31}\text{ см}^3$
10. Тік параллелепипедтің табаны – бір бұрышы α -ға тең ромб. Параллелепипедтің бүйір бетінің ауданы S -ке тең болса, параллелепипедке іштей сызылған цилиндрдің бүйір бетінің ауданын табыңыз.
Жауабы: $\frac{\pi S \cdot \sin \alpha}{4}$
11. Табан қабырғалары 2 дм және $\sqrt{3}\text{ дм}$, ал арасындағы бұрыш 30° тең көлбеу параллелепипедтің кіші диагональдық қимасы ромб және ол табанына перпендикуляр. Бүйір қыры табан жазықтығымен 60° жасаса, параллелепипедтің көлемін табыңыз.
Жауабы: $1,5\text{ дм}^3$
12. Өлшемдері 7 см , 4 см және 3 см болатын тік бұрышты параллелепипедтің көлемін табыңыз.
Жауабы: 84 см^3
13. Тік бұрышты параллелепипедтің табаны – квадрат. Табанының диагоналі арқылы табан жазықтығымен 45° бұрыш жасайтын қима жүргізілген. Егер параллелепипед өлшемдері 2 см , 2 см , 4 см болса, қиманың ауданы неге тең?
Жауабы: $2\sqrt{2}\text{ см}^2$
14. $ABCD A'B'C'D'$ тік бұрышты параллелепипед берілген. $A'C'$ және BD түзулерінің арасындағы бұрыш 90° -қа тең. Осы параллелепипедтегі $ABCD$ төртбұрышы нені құрайды?
Жауабы: квадрат
15. $ABCD A'B'C'D'$ тік бұрышты параллелепипед берілген. AC' мен BD түзулер арасындағы бұрыш 90° . Параллелепипедтің табанында қандай фигура жатыр?
Жауабы: ромб
16. Тік бұрышты параллелепипедтің үш өлшемі 2 см , 3 см және 6 см . Оның диагоналінің ұзындығын табыңыз.
Жауабы: 7 см

17. Тік бұрышты параллелепипедтің табанының қабырғалары 14 см және 48 см-ге тең, ал биіктігі 8 см-ге тең. Диагональдік қиманың ауданын табыңыз.
Жауабы: 400 см^2
18. Берілген үш өлшемі бойынша 12 см, 20 см, 15 см тік бұрышты параллелепипедтің толық бетінің ауданын табыңыз.
Жауабы: 1440 см^2
19. Тік бұрышты параллелепипедтің биіктігі 8 см, табан қабырғалары 5 см және 6 см. Төменгі табанының кіші қабырғасы және оған қарама – қарсы жоғары жатқан табанының қабырғасы арқылы өтетін қиманың ауданын есептеңіз.
Жауабы: 50 см^2
20. Тік параллелепипедтің табанының қабырғалары а-ға және b-ға тең, сүйір бұрышы α . Табанының үлкен диагонали параллелепипедтің кіші диагоналина тең. Параллелепипедтің көлемін табыңыз.
Жауабы: $2 \sin \alpha \sqrt{a^3 b^3 \cos \alpha}$
21. Тік бұрышты параллелепипед өлшемдері 15 м, 50 м, 36 м. Оған тең шамалас кубтың қырын табыңыз.
Жауабы: 30 см
22. Үш өлшемді 22 см, 10 см және 16 см тік бұрышты параллелепипед бетінің ауданын табыңыз.
Жауабы: 1464 см^2
23. Тік бұрышты параллелепипед үш өлшемдері 6 см, 6 см және 7 см. Диагоналын табыңыз.
Жауабы: 11 см
24. Тік бұрышты параллелепипед үш өлшемдері 2 см, 3 см және 6 см. Диагоналын табыңыз.
Жауабы: 7 см
25. Тік бұрышты параллелепипедтің үш өлшемі 3 см, 4 см және 5 см тең. Бетінің ауданын табыңыз.
Жауабы: 94 см^2
26. Тік бұрышты параллелепипедтің ұзындығы 6 см, ені 7 см, диагонали 11 см тең. Тік бұрышты параллелепипедтің көлемін табыңыз.
Жауабы: 252 см^3
27. Тік параллелепипедтің табаны ауданы 3 см^2 тең ромб, ал диагональдық қималарының аудандары 3 см^2 және 2 см^2 . параллелепипедтің көлемін табыңыз.
Жауабы: 6 см^3
28. Жақтарының аудандары 6 см^2 , 2 см^2 және 3 см^2 тең тік бұрышты параллелепипедтің көлемін табыңыз.
Жауабы: 6 см^3
29. Биіктігі 4 см-ге, ал диагоналі табан жазықтықпен 45° бұрыш жасайтын, табан квадрат болатын тік бұрышты параллелепипед берілген. Параллелепипед көлемін табыңыз.
Жауабы: 32 см^3
30. Тік параллелепипедтің табанының бір бұрышы α тең ромб. Параллелепипедтің бүйір бетінің ауданы S тең болса, параллелепипедке іштей сызылған цилиндрдің бүйір бетінің ауданын табыңыз.
Жауабы: $\frac{\pi S \cdot \sin \alpha}{4}$
31. Үш өлшем бойынша тік бұрышты параллелепипедтің диагоналін табыңыз: a=6 см, b=6 см, c=7 см.
Жауабы: 11 см
32. Тік бұрышты параллелепипедтің табан қабырғалары 3 дм және 4 дм, ал параллелепипедтің биіктігі 6 дм. Диагональдық қимасының ауданын табыңыз.

Жауабы: 30 дм^2 .

Тема: 23-Көпжақтар. Олардың аудандары мен көлемдері

Подтема: 04-Аралас есептер

1. Үшбұрышты пирамиданың екі бүйір жағы өзара перпендикуляр және олардың ауданы P мен Q -ға тең, ал ортақ қырының ұзындығы a -ға тең. пирамиданың көлемін табыңыз.

$$\text{Жауабы: } \frac{2PQ}{3a}$$

2. Диагоналинің ұзындығы ℓ -ге тең, және ол диагональ бір жағымен 30° , ал екінші жағымен 45° бұрыш жасайтындай тік бұрышты параллелепипедтің көлемін табыңыз.

$$\text{Жауабы: } \frac{\ell^3 \sqrt{2}}{8}$$

3. Қыры a -ға тең болып келетін дұрыс тетраэдрдің көлемін табыңыз.

$$\text{Жауабы: } \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$$

4. Пирамиданың табаны – қабырғасы α , сүйір бұрышы α -ға тең ромб. Пирамидаға жасаушысы табан жазықтығымен β бұрыш жасайтын конус іштей сызылған. Конустың көлемін есептеп, табыңдар.

$$\text{Жауабы: } \frac{a^3 \pi}{24} \sin^3 \alpha \tan \beta$$

5. Радиусы R , биіктігі H -қа тең цилиндрге табаны цилиндр табандарының біріне іштей сызылған, ал төбесі оның келесі табанына тиісті болатын дұрыс төртбұрышты іштей сызылған. Пирамиданың толық бетінің ауданын табыңдар.

$$\text{Жауабы: } 2R(\sqrt{R^2 + 2H^2} + R)$$

6. Жасаушысы L -ге, ал табанының радиусы R -ге тең, конус берілген. Бір жағы конус табанында, ал қарсы жатқан жағының төбелері оның бүйір бетінде жататын конусқа іштей сызылған кубтың қырын табыңдар.

$$\text{Жауабы: } \frac{R\sqrt{2(L^2 - R^2)}}{R\sqrt{2} + \sqrt{L^2 - R^2}}$$

7. Конустың көлемі V -ға тең. Конусқа іштей сызылған үшбұрышты дұрыс пирамиданың көлемін табыңдар.

$$\text{Жауабы: } \frac{3V\sqrt{3}}{4\pi}$$

8. Конустың көлемі V -ға тең. конусқа іштей сызылған төртбұрышты дұрыс пирамиданың көлемін табыңдар.

$$\text{Жауабы: } \frac{2V}{\pi}$$

9. Тік бұрышты параллелепипедтің өлшемдері a , b , c сырттай сызылған сфера ауданын табыңдар.

$$\text{Жауабы: } \pi(a^2 + b^2 + c^2)$$

10. Тік призманың табаны – тең бүйірлі трапеция. Оның табандары 10 см және 4 см , бүйір қабырғасы 5 см . Биіктігі 10 см . Осы призмаға іштей сызылған цилиндрдің көлемін табыңдар.

$$\text{Жауабы: } 40\pi \text{ см}^3$$

11. Кубтың диагонали a . Осы кубқа сырттай сызылған цилиндрдің көлемін табыңдар.

Жауабы: $\frac{\pi a^3}{6\sqrt{3}}$

12. Дұрыс төртбұрышты призманың табанының диагоналі $4\sqrt{2}$ см, ал бүйір жағының диагоналі 5 см. Осы призмаға іштей сызылған цилиндрдің бүйір бетінің ауданын табыңдар.

Жауабы: 12π см

13. Төрт бұрышты дұрыс призманың диагоналі бүйір жағымен 30° -тық бұрыш жасап келбейді. Диагональдің табын жазықтығымен жасайтын бұрышын табыңыз.

Жауабы: 45° .